

વિષય : ગણિત (028)

મોડેલ પ્રશ્નપત્ર - 1

પ્ર-1. (અ) સાબિત કરો કે કાટકોણ ત્રિકોણમાં કર્ણ પર વેધ દોરવામાં આવે તો તેથી બનતા બે ત્રિકોણો પરસ્પર સમરૂપ હોય છે અને તે મૂળ ત્રિકોણને પણ સમરૂપ હોય છે. 4

(બ) ગમે તે બે ગણો. 6

(1) અવયવ પાડો : $x^3 + y^3 + z^3 - 3xyz$

(2) અવયવ પાડો : $3a^2(b - 3c) + 3b^2(c - 3a) + 3c^2(a - 3b) + 26abc$

(3) સાદુરૂપ આપો : $\frac{1}{a+b} \div \left[\frac{a}{2} \left(\frac{1}{a-b} - \frac{1}{a+b} \right) \div \frac{a^2b + ab^2}{a^2 - b^2} \right]$

(ક) અવયવ પાડો (ગમે તે બે) : 4

(1) $(x^2 - 4x)^2 - 25(x^2 - 4x) - 100$

(2) $729a^6 - 64b^6$

(3) $x^3 - 7x - 6$

(ડ) ગમે તે એક ગણો. 2

(1) $\left(a^2 + 2a + 4 + \frac{8}{a-2} \right) \left(1 - \frac{4}{a^2} \right) \left(\frac{1}{a+2} \right)$ નું સરળરૂપ આપો

(2) જો $pq = 1$ તો સાબિત કરો કે $\frac{1+p}{1+q} = \frac{p-1}{1-q}$

(ઈ) સાચો વિકલ્પ પસંદ કરી ખાલી જગ્યા પુરો 4

(1) $f: Z \rightarrow R, f(x) = 2x - 3$ હોય તો એ તેના આલેખ પરનું બિંદુ નથી. $[(-2, -7), (-1, -5), (0, 2)]$

(2) $f: R \rightarrow Z, f(x) = [x] = (x$ થી મોટા નહી તેવો અધિકતમ પૂર્ણાંક) તો $f(-5.2) = \dots\dots (-6, -5, -4)$.

(3) આધુનિક કોમ્પ્યુટર એક સેન્ડકડમાં થી વધુ સરવાળા-બાદબાકી કરી શકે છે. $(10^3, 10^4, 10^5)$

(4) ફ્લો ચાર્ટમાં નિર્ણય દર્શાવવા સંકેત વપરાય છે. $(\square, \diamond, \square)$

પ્ર-2 (અ) સાબિત કરો કે વર્તુળના કેન્દ્રમાંથી જીવાને દોરેલો લંબ જીવાને દુભાગે છે. 4

(બ) ગમે તે બે ગણો. 6

(1) જો $\frac{by - cx}{a} = \frac{cm - ay}{b} = \frac{ax - bm}{c}$ હોય તો સાબિત કરો કે

$$\frac{m}{a} = \frac{x}{b} = \frac{y}{c} \quad (am + bx + cy \neq 0)$$

(2) જો $\frac{a^2 + 4b^2}{ab} = \frac{25}{6}$ તો ગુણોત્તરના ગુણધર્મો પરથી $\frac{a}{b}$ ની કિંમત શોધો.

- (3) વેગન જોડ્યા વિનાનું એક રેલ્વે એન્જિન કલાકના 96 કી.મી.ની ઝડપે દોડી શકે છે. અમુક સંખ્યામાં વેગન જોડવાથી તેની ઝડપમાં થતો ઘટાડો વેગનની સંખ્યાના વર્ગમૂળના સમયલનમાં છે. જો 16 વેગનો જોડવામાં આવે તો ઝડપ અડધી થઈ જાય છે. તો તે એન્જિન વધુમાં વધુ કેટલા વેગન ખેંચી શકે ?

(ક) ગમે તે બે દાખલા ગણો. 4

- (1) એક વર્ગીકૃત માહિતીનાં અવલોકનો $k, 2k, 4k$ છે. જો મધ્યક એ મધ્યસ્થથી 2 જેટલો ઓછો હોય તો અવલોકનો શોધો.
- (2) 20 અવલોકનોનો મધ્યક 13.4 છે. આ માહિતીમાંથી એક અવલોકન રદ કરવામાં આવે તો બાકીનાં અવલોકનોનો મધ્યક 13 મળે છે. તો રદ કરેલું અવલોકન શોધો.
- (3) 25 પ્રામાંકોનો મધ્યક 12.5 છે. છવીસમો પ્રામાંક 25.5 હોય તો આ છવીસ પ્રામાંકોનો મધ્યક શોધો.

(ડ) ગમે તે એક ગણો 2

- (1) $f(x) = x^2 - 3$ નો વિસ્તાર $\{1, 6, 13\}$ છે. તેનો પ્રદેશ N નો ઉપગણ હોય તો વિધેયનો પ્રદેશ શોધો.
- (2) $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x^4 - x^2 - 1$ હોય તો $f(\sqrt{3}) - f(\sqrt{2})$ શોધો.

(ઈ) સાચો વિકલ્પ પસંદ કરી ખાલી જગ્યા પૂરો 4

(1) $\frac{1}{2x-1} = \frac{p(x)}{4x^2-1} = \frac{q(x)}{(2x-1)^2}$ તો $p(x) - q(x) = \dots\dots (2, 4, 6)$

(2) જો $(x+2)$ એ $(x+7)$ અને x નો ગુણોત્તર મધ્યક હોય તો $x = \dots\dots\dots \left(\frac{3}{4}, \frac{4}{3}, \frac{12}{7}\right)$.

(3) $xy^2 = 4(\sqrt{x} \cdot y - 1)$ હોય તો $y \propto \dots\dots\dots \left(\sqrt{x}, \frac{1}{\sqrt{x}}, x\right)$

(4) $\cot 65^\circ 28' = \tan \theta$, હોય તો $\theta = \dots\dots\dots (65^\circ 28', 24^\circ 32', 34^\circ 32')$

પ્ર-3 (અ) સાબિત કરો કે અર્ધવર્તુળમાં અંતર્ગત ખૂણો કાટખૂણો હોય છે. 4

(બ) ગમે તે બે ગણો 6

- (1) એક મિનારાના તળિયામાંથી પસાર થતા સીધા સમક્ષિતિજ રસ્તા ઉપરના એક જ દિશામાં એકબીજાથી 200 મીટરને અંતરે આવેલાં બે બિંદુઓ આગળ તે મિનારાની ટોચના ઉત્સેધકોણો અનુક્રમે 30° અને 60° જણાય છે. તો મિનારાની ઉંચાઈ શોધો. ($\sqrt{3} = 1.7$)
- (2) ABCD લંબચોરસ કાગળના ટુકડામાં $AB = 22$ સે.મી. અને $BC = 14$ સે.મી. છે. B ને કેન્દ્ર લઈ BC ત્રિજ્યાવાળો વર્તુળનો ચોથા ભાગનો ટુકડો આપેલા કાગળમાંથી કાપવામાં આવેતો કાગળના બાકી રહેલા ભાગનું ક્ષેત્રફળ શોધો.
- (3) એક રમકડાનો આકાર ઉપરથી શંકુ જેવો અને નીચેથી અર્ધગોળાકાર છે. ગોળાકાર અને શંકુ આકારના ભાગની ત્રિજ્યા 3.5 સે.મી. અને રમકડાની કુલ ઊંચાઈ 15.5 સે.મી. હોય તો તેનું ઘનફળ શોધો.

(ક) ગમે તે બે ગણો 4

(1) સાબિત કરો : $\tan^2 \theta - \sin^2 \theta = \tan^2 \theta \cdot \sin^2 \theta$

(2) કિંમત શોધો : $2 \cos^3 60^\circ - 12 \sin^4 60^\circ + \frac{3}{4} \tan^2 30^\circ + 12 \cot 45^\circ$

(3) $\sec^6\theta - \tan^6\theta = 1 + 3 \sec^2\theta \tan^2\theta$ સાબિત કરો

(ડ) ગમે તે એક ગણો 2

(1) x નું ઘનમૂળ એ y ના વ્યસ્ત ચલનમાં છે. $x = \frac{1}{64}$ તો $y = 8$ છે. જો $x = \frac{1}{27}$ તો y શોધો.

(2) જો $\sin 3\theta = \cos 2\theta$ હોય તો θ ની કિંમત શોધો.

(ઈ) માગ્યા મુજબ આપો 4

(1) $3x^2 - mx + (k - 2) = 0$ ($m, k \in \mathbb{N}$) નાં બીજ વ્યસ્ત સંખ્યાઓ છે. તો k ની કિંમત શોધો.

(2) $x^2 - 5x = 1$ હોય તો $x - \frac{1}{x}$ ની કિંમત શોધો.

(3) વ્યાખ્યા આપો : રેખાઓની છેદિકા

(4) વ્યાખ્યા આપો : ત્રિકોણની મધ્યગા

પ્ર-4 (અ) $\triangle ABC$ માં $AB > AC$ છે. D એ \overline{BC} નું મધ્યબિંદુ છે. A માંથી \overleftarrow{BC} પરના લંબનો લંબપાદ M છે. અને $B-M-C$ છે તો સાબિત કરો કે $AB^2 - AC^2 = 2BC \times DM$ 4

(બ) ગમે તે બે ગણો. 6

(1) સાદુ રૂપ આપો : $\frac{(x+1)^2 + (x-1)^2}{(x-1)^2 + 2x} \times \frac{3x^3 - 24}{(x-2)^2 + 6x} \div \frac{6x^3 - 24x}{x^2 + 2x}$

(2) એક માહિતીના 20 અવલોકનોનો મધ્યક 38.5 છે. જો બે અવલોકન ભૂલથી 37 ને બદલે 73 અને 81 ને બદલે 18 લેવાયા હોય તો સુધારેલો મધ્યક શોધો.

(3) 50 મજૂરોનાં દૈનિક વેતનનું આવૃત્તિ-વિતરણ નીચે પ્રમાણે છે. મજૂરોનાં દૈનિક વેતનનો મધ્યસ્થ શોધો.

વેતન (રૂપિયામાં)	20-29	30-39	40-49	50-59
મજૂરોની સંખ્યા	5	27	15	3

(ક) ગમે તે બે ગણો. 4

(1) \overline{XY} એ $\odot(0, r)$ નો વ્યાસ છે અને \overline{XZ} એ વર્તુળની, વ્યાસ સિવાયની જવા છે. વર્તુળને Z બિંદુએ સ્પર્શતો સ્પર્શક, \overrightarrow{YX} ના વિરુદ્ધ કિરણને P માં છેદે છે. જો $m\angle YPZ = 45$ હોય તો $m\angle YXZ$ શોધો.

(2) \overline{PQ} અને \overline{XY} જવાઓ પરસ્પર R બિંદુમાં છેદે છે. જો $m\angle PXY = 55$ અને $m\angle QPY = 35$ તો $m\angle PYQ$ શોધો.

(3) $\odot(P, 13)$ માં \overline{AB} જવા છે. $\overline{PM} \perp \overline{AB}$ છે. $M \in \overline{AB}$ છે. \overrightarrow{PM} વર્તુળને N બિંદુમાં છેદે છે. જો $MN = 1$ હોય તો AB શોધો.

(ડ) ગમે તે એક ગણો 2

(1) $\frac{9}{x-1} - \frac{2}{x-3} = \frac{5}{x+1}$ નાં બીજ શોધો. ($x \neq 1, -1, 3$)

(2) જો $ax^2 + bx + c = 0$ નાં બે બીજોનો તફાવત 3 હોય તો વિવેચક Δ નું મૂલ્ય મેળવો.

- (ઈ) (1) વ્યાખ્યા આપો : વર્તુળનું ચાપ 4
 (2) વ્યાખ્યા આપો : વર્તુળનો સ્પર્શક
 (3) 4મી. × 2મી. કાપડના ટુકડામાંથી 30 સે.મી. × 30સે.મી.ના સાંધા વગરના..... હાથરૂમાલ બને.
 (4) 3 સે.મી. ત્રિજ્યાવાળા ગોળાનું ઘનફળ π ઘન સે.મી. છે.

પ્ર-5 (અ) \overline{AB} આપેલ છે. કાટકોણ ΔPQR એવો રચો કે જેથી કર્ણ \overline{PR} ની લંબાઈ = 5AB અને $PQ = 3AB$ હોય. 4

(બ) ગમે તે બે ગણો. 6

- (1) $a^4 + b^4 \propto a^2 b^2$ હોય તો સાબિત કરો કે $a \propto b$
 (2) $6\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right) - 25\left(x - \frac{1}{x}\right) + 12 = 0$ નો R માં ઉકેલ મેળવો.
 (3) 56 રૂપિયામાં એક વસ્તુ વેચવાથી તેની મૂળકિંમત જેટલા ટકા નફો મળે તો તે વસ્તુની મૂળ કિંમત શોધો.

(ક) ગમે તે બે ગણો. 4

- (1) ΔABC માં A-M-B, A-N-C, $\overline{MN} \parallel \overline{BC}$ છે. જો $AM = 1.6$, $AN = 3$, $AB = 4.8$ તો CN શોધો.
 (2) ΔABC માં \overline{BD} મધ્યગા છે. $AB^2 + BC^2 = 68$ અને $AC = 6$ તો BDની કિંમત શોધો.
 (3) ΔRST માં $\angle R$ નો દ્વિભાજક \xrightarrow{RD} એ \overline{ST} ને D માં છેદે છે. $3RS = 2RT$ છે. જો $DT = 5.4$ તો ST શોધો.

(ડ) ગમે તે એક ગણો. 2

- (1) ΔABC માં $AB = AC$ છે. પાયા \overline{BC} પરના વેધ \overline{AM} ની લંબાઈ 12 એકમ છે. જો ત્રિકોણની પરિમિતિ 36 એકમ હોય તો ત્રિકોણનું ક્ષેત્રફળ શોધો.
 (2) એક અર્ધગોળા અને શંકુનાં ઘનફળ સરખાં છે. જો અર્ધગોળા અને શંકુની ત્રિજ્યા 3.5 સે.મી. હોય તો શંકુની ઊંચાઈ શોધો.

(ઈ) mABCD ની બાજુઓ \overline{AB} , \overline{BC} , \overline{CD} અને \overline{DA} એક વર્તુળને અનુક્રમે P, Q, R અને S આગળ સ્પર્શે છે. સાબિત કરો કે ABCD સમબાજુ ચતુષ્કોણ છે.

અથવા

(ઈ) નીચેના પ્રશ્નોના જવાબ આપો. 4

- (1) r માપની ત્રિજ્યાવાળા વર્તુળમાં r માપની જીવા વર્તુળના કેન્દ્રથી કેટલા અંતરે આવેલી હોય ?
 (2) $\odot(P, 3.5)$ ના અર્ધવર્તુળ ચાપની લંબાઈ શોધો.
 (3) ABCD ચક્રીય ચતુષ્કોણ છે. \overline{AB} એ ABCD ના પરિવૃત્તનો વ્યાસ છે. જો $m\angle ADC = 130$ હોય તો $m\angle BAR$ શોધો.
 (4) $\odot(P, 4.5)$ અને $\odot(Q, 8)$ પરસ્પર અંદરથી સ્પર્શે તો PQ શોધો.